

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Kajian Teori

2.1.1 Proses Berfikir

Sejak manusia di ciptakan, Tuhan telah melengkapi dengan kemampuan berfikir. Terdapat beberapa macam pandangan dari para ahli dan filsuf tentang proses berfikir manusia. Termasuk misalnya tokoh filsuf keemasan zaman Yunani kuno, Plato dengan konsep 'Idea'. Plato dalam Hatta (1986:87) mengatakan bahwa berfikir ialah aktifitas ideasional, proses berfikir merupakan sebuah aktivitas sehingga subyek terus aktif melakukan aktivitas berfikir. Filsuf modern, Rene Descartes menyebutkan tentang konsep ide bawaan. Bahwa manusia dilahirkan telah membawa ide bawaan dan pandangan ini mematahkan bahwa peserta didik dianggap seperti kertas kosong dengan menghilangkan pengalaman dan potensi yang dimiliki (Hardiman, 2012:35). Menurut Mulyono dalam Hidayatullah (2015:4) berfikir merupakan kegiatan yang tidak terlihat, dan apa yang difikirkan tentu orang lain tidak akan mengetahui, jika tidak diungkapkan baik secara lisan maupun tulisan. Bahasa merupakan salah satu yang digunakan sebagai simbol untuk menjelaskan isi pikiran.

Menurut Ahmadi dan Supriyono dalam Nunsyiah (2011:10), berfikir merupakan daya jiwa yang dapat meletakkan hubungan-hubungan antara pengetahuan kita. Berfikir itu merupakan proses "dialektis" artinya selama kita berfikir, pikiran kita dalam keadaan tanya jawab untuk dapat melakukan hubungan pengetahuan kita. Proses yang dilewati dalam berfikir meliputi:

- a. Proses pembentukan pengertian, yaitu menghilangkan ciri-ciri umum dari sesuatu sehingga tinggal ciri khas dari sesuatu tersebut.
- b. Pembentukan pendapat, yaitu fikiran menggabungkan (menguraikan) beberapa pengertian, sehingga menjadi tanda masalah
- c. Pembentukan keputusan, yaitu fikiran menggabungkan-gabungkan pendapat.
- d. Pembentukan kesimpulan, yaitu fikiran menarik keputusan dari keputusan lain

Hughes dan Hughes (2012:56) berpendapat untuk mengidentifikasi tahapan-tahapan proses berfikir, berikut ini:

- a. Mengapresiasi (memahami) masalah yang hendak diselesaikan
- b. Mengumpulkan data yang cukup relevan
- c. Mengambil kesimpulan
- d. Menguji kesimpulan tersebut.

Sumadi dalam Nunsyah (2011:11) menyatakan bahwa “proses atau jalannya berfikir pada pokoknya ada tiga langkah”, yaitu:

- a. Pembentukan pengertian

Pembentukan pengertian lebih tepatnya disebut logis dibentuk melalui tiga tingkat, sebagai berikut:

1. Menganalisa ciri-ciri dari sejumlah obyek yang sejenis
2. Membanding-bandingkan ciri-ciri untuk dikemukakan ciri-ciri yang sama, yang tidak sama, yang selalu ada dan yang tidak selalu ada, yang hakiki dan yang tidak hakiki.
3. Mengabstraksikan, yaitu menyisihkan, membuang ciri-ciri yang tidak hakiki dan menangkap ciri-ciri yang hakiki.

- b. Pembentukan pendapat.

Menurut Sumardi dalam Nunsyah (2011:11) bahwa, “membentuk pendapat adalah meletakkan hubungan antara dua buah pengertian atau lebih.”

Pendapat dapat dibedakan menjadi tiga macam yaitu:

1. Pendapat afirmatif atau positif, yaitu pendapat yang secara tegas menyatakan keadaan sesuatu
2. Pendapat negatif, yaitu pendapat yang meniadakan, yang secara tegas menerangkan tentang tidak adanya sesuatu sifat pada sesuatu hal.
3. Pendapat modalitas atau kebarangkalian, yaitu pendapat yang menerangkan kebarangkalian, kemungkinan-kemungkinan sesuatu sifat pada sesuatu hal.

- c. Penarikan kesimpulan atau pembentukan keputusan.

Sumardi dalam Nunsyah (2011:12) menyatakan bahwa, “keputusan ialah hasil perbuatan dan akal untuk membentuk pendapat baru berdasarkan pendapat-pendapat yang telah ada”.

Ada tiga macam keputusan, yaitu:

1. Keputusan induktif

Keputusan induktif merupakan keputusan yang diambil dari pendapat-pendapat khusus menuju ke satu pendapat umum.

2. Keputusan deduktif

Keputusan deduktif ditarik dari hal yang umum menuju ke hal yang khusus, jadi berlawanan dengan keputusan induktif.

3. Keputusan analogis

Keputusan analogis merupakan keputusan yang diperoleh dengan jalan membandingkan atau menyesuaikan dengan pendapat-pendapat khusus yang telah ada.

Selain itu Hidayatullah (2015:5) menyatakan bahwa, proses berfikir dalam matematika merupakan proses mental yang melibatkan pengetahuan, keterampilan bernalar, dan karakter intelektual bernalar untuk menyelesaikan masalah matematika. Karena proses berfikir merupakan hal yang abstrak maka tidak dapat dilihat oleh orang lain. Maka untuk mengetahuinya ialah dengan cara melisankan atau menyuarakan proses kogniti tersebut dan menuliskannya. Subjek diminta menuliskan secara verbal tentang ide-idenya meskipun tidak menyeluruh.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) dalam Hidayatullah (2015:5), bahwa berfikir dalam matematika merupakan segala aktivitas yang melibatkan koneksi untuk membangun konsep atau pemahaman dalam matematika. Pada proses pembelajaran matematika, hasil akhir berupa *score* bukanlah satu satunya tujuan melainkan lebih pada substansi ialah melatih anak untuk berfikir matematis. Penekanan terhadap *score* nilai tentu pada akhirnya akan memaksa peserta didik untuk mencapai *score* yang baik dengan cara pintas. Pembelajaran tidak akan menjadi baik dengan sendirinya, melainkan melalui proses inovasi tertentu sehingga guru di tuntut melakukan berbagi pembaharuan dalam hal pendekatan metode, teknik, strategi, langkah-langkah, media pembelajaran agar pembelajaran menjadi lebih berkualitas (Saondi dan Suherman, 2010:57).

Dari beberapa pendapat diatas dapat disimpulkan bahwa proses berfikir merupakan aktifitas yang dilakukan secara aktif dimulai dengan menerima,

mengolahnya dan memanggil kembali diwujudkan dalam bentuk ucapan atau lisan dan tindakan.

2.1.2 Proses konstruksi dalam Pembelajaran Matematika

Dalam mendefinisikan proses konstruksi dalam pembelajaran matematika, tidak bisa di lepaskan dari teori konstruktivisme. Menurut Margison dkk dalam Schunk (2012:322) bahwa konstruktivisme bukanlah teori tetapi epistemologi, atau penjelasan filosofis tentang sifat pembelajaran. Konstruktivisme tidak mengemukakan bahwa prinsip-prinsip pembelajaran ada dan harus ditemukan serta di uji, tetapi mengetengahkan bahwa siswa menciptakan pembelajaran mereka sendiri.

Paradigma konstruktivistik, dalam prinsip dan prakteknya ialah pembelajaran berpusat pada siswa atau yang lebih dikenal dengan *Student Centered Learning*. SCL merupakan pendekatan pembelajaran di mana siswa akan lebih aktif dalam pembelajaran dan fokus utama dalam pembelajaran. SCL berasal dari teori pembelajaran konstruktivis dimana siswa mengkonstruksi pengetahuannya, dan belajar terjadi ketika diperoleh makna. Siswa tidak boleh pasif dalam menerima informasi, tetapi harus aktif dalam mengkonstruksi pengetahuan. Di dalam kelas siswa akan didorong untuk memikirkan apa yang dipresentasikan, mengeksplor lebih lanjut konsep-konsep, bekerja secara kolaboratif dengan guru. Menurut Brooks dalam Susanti (2015:585) belajar meliputi konstruksi pemahaman baru dengan mengkombinasikan pengetahuan sebelumnya dengan informasi baru.

Menurut Schunk (2012:330) guru sebaiknya tidak mengajar dalam artian menyampaikan pelajaran dengan cara tradisional kepada siswa. Guru seharusnya membangun sedemikian situasi-situasi sedemikian rupa sehingga siswa dapat terlibat secara aktif dengan materi pelajaran melalui pengolahan materi-materi dan interaksi. Dengan kata lain, konstruktivisme mempercayai bahwa dalam prakteknya pembelajaran harus banyak percakapan antara siswa dengan guru. Masih dalam pandangan konstruktivisme, Suparno dkk dalam Yamin (2014:59) mengatakan bahwa “konstruktivisme merupakan pengetahuan juga merupakan sebuah proses menjadi kemudian pelan-pelan menjadi lengkap dan benar”. Menurut para konstruktivis pengetahuan itu didapat secara personal. Misal pengetahuan siswa tentang bola adalah bentukan siswa sendiri yang terjadi

karena dia melakukan pengolahan, pencernaan, dan akhirnya merumuskan dalam otaknya.

Pembelajaran di sekolah saat ini sangat banyak dipengaruhi oleh filsafat konstruktivisme, dengan berlakunya kurikulum 2013 di Indonesia juga mendorong terwujudnya pembelajaran konstruktif di sekolah. Ketika berbicara konstruktivisme maka kita akan mengingatkan seseorang bernama Giambattista Vico, Piaget dan Vygotsky. Vico dalam Yamin (2014:59) melalui karyanya 1710 *De Anti-Quissima Italiorum Sapientia* mengatakan “Tuhan adalah alam semesta dan manusia adalah tuan dari ciptaan”. Dia mengatakan bahwa “mengetahui itu berarti mengetahui bagaimana membuat sesuatu”.

Vico sendiri berbicara tentang pengetahuan yang terkonstruksi dan awalnya bersifat teologis dan dalam pembahasan mengenai konstruksi pengetahuan oleh individu, dikenal sebuah teori, yakni epistemologi genetik Piaget. Menurut Piaget dalam Yamin (2014:59) teori pengetahuan itu sesungguhnya menyatakan dengan tegas bahwa pengetahuan itu sendiri adalah teori adaptasi pikiran terhadap realitas, seperti organisme beradaptasi ke dalam lingkungannya. Kerangka berfikir Piaget dalam membangun konstruktivisme, dalam pikiran individu ada struktur pengetahuan awal (skemata). Melalui kontak dengan pengalaman baru, skema dapat dikembangkan dan diubah melalui asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah penyesuaian struktur kognitif dengan lingkungan fisik dan akomodasi adalah proses yang menghasilkan mekanisme untuk perkembangan intelektual. Dalam perkembangan pengetahuan individu, diperlukan keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi yang disebut *equilibrium*.

Menurut Ruseffendi dalam Nurjannah (2012:5) Vygotsky mengkritik pendapat Piaget yang menyatakan bahwa faktor utama yang mendorong perkembangan kognitif seseorang adalah motivasi atau daya dari dalam individu itu sendiri untuk mau belajar dan berinteraksi dengan lingkungan. Vygotsky justru berpendapat bahwa interaksi sosial, yaitu interaksi, individu tersebut dengan orang-orang lain merupakan faktor yang terpenting yang mendorong atau memicu perkembangan kognitif seseorang. Namun, keduanya menekankan bahwa perubahan kognitif hanya terjadi jika konsepsi-konsepsi yang telah

dipahami sebelumnya diolah melalui suatu proses disequilibrium dalam upaya memahami informasi-informasi atau pengetahuan baru. Konstruktivisme memandang bahwa pengetahuan merupakan hasil konstruksi kognitif melalui aktivitas seseorang. Menurut pandangan konstruktivisme, pengetahuan perlu dikonstruksi atau dibangun sendiri oleh peserta didik yang ingin tahu atau perlu memahaminya.

Pada kurikulum saat ini di Indonesia telah menerapkan kurikulum 2013 dalam pembelajaran. *Student Center Learning* atau pembelajaran berpusat menjadi fokus dalam pembelajaran, dan dituntut lebih banyak percakapan dan praktek. Dalam prakteknya melalui percakapan, guru memahami siswa, sehingga dapat mempersiapkan siswa untuk belajar dan bagaimana mengorganisasi pengalaman, sehingga siswa dapat mengkonstruksi makna, pemahaman dan pengetahuan dalam pembelajaran. Guru konstruktivis menganut metode pembelajaran yang memposisikan siswa kontak dengan lingkungan, interaksi antara siswa satu dengan yang lain dengan guru memberi pertanyaan-pertanyaan, siswa mencari sumber dan merancang penyelesaian masalah ini sesuai dengan pandangan konstruktivisme.

Menurut Sutawidjaja (2005:138) pandangan konstruktivisme dalam kegiatan pembelajaran dapat dicirikan:

- a. Pengetahuan tidak dapat ditransfer, tetapi dibangun sendiri oleh pembelajar di dalam pikirannya,
- b. Belajar menjadi lebih efektif apabila pembelajar berinteraksi dengan orang lain,
- c. Belajar lebih efektif apabila pengetahuan baru dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah dimiliki sebelumnya oleh pembelajar,
- d. Matematika dipandang sebagai kegiatan/aktivitas manusia, dan
- e. Guru berperan sebagai fasilitator dan mediator

Guru yang menganut konstruktivisme akan berperan menjadi fasilitator dan membantu siswa dalam mengkreasi konstruksi. Guru konstruktivis mengamati setiap siswa untuk dapat belajar. Berdasarkan hasil pengamatan, guru mengkreasi lingkungan sehingga siswa dapat mengkonstruksi pengetahuannya. Guru

konstruktivis memberi kesempatan siswa untuk lebih aktif bertanya, melakukan penyelidikan dan berfikir secara bermakna.

Menurut Winastwan Gora dan Sunarto dalam Yamin (2014:71) pendidikan konstruktivis berbicara tentang bagaimana subyek mampu mengembangkan dan membangunkan dirinya menjadi mampu melakukan sosialisasi diri. Berikut merupakan prinsip-prinsip pembelajaran yang menggunakan pendekatan konstruktivisme:

- a. Siswa membawa pengetahuan awal yang khas dan keyakinan-keyakinan pada situasi pembelajaran.
- b. Pengetahuan dibangun secara unik/personal dalam berbagai cara; lewat berbagai perangkat, sumber-sumber, dan konteks
- c. Belajar merupakan proses yang aktif dan reflektif
- d. Belajar adalah proses membangun. Kita dapat mempertimbangkan keyakinan dengan mengasimilasi, mengakomodasi atau bahkan menolak informasi
- e. Interaksi sosial mengenalkan perspektif ganda pada pembelajaran
- f. Belajar dikendalikan secara internal dan dimediasi oleh siswa

Siswa mengkonstruksi pengetahuannya dengan cara berbicara, mendengarkan, menulis, membaca dan merefleksikan konten, ide dan masalah. Hal ini sesuai dengan teori konstruktivisme yang menyatakan bahwa pembelajaran konstruktivisme mempersiapkan siswa pada situasi pemecahan masalah, negosiasi dan menyelesaikan masalah melalui bertukar ide, aktif, berkolaborasi dengan guru dalam mengkreasi pengetahuan baru.

Menurut O'Brien dalam Susanti (2015:585) "kelas matematika yang menggunakan pembelajaran konstruktif akan sangat berbeda dengan kelas konvensional". Kelas konvensional yang sering disebut pengajaran dengan metode ceramah yang sekarang ini masih banyak dilakukan sekolah-sekolah termasuk di Surabaya, dilakukan dengan kegiatan-kegiatan: membahas tugas yang diberikan sebelumnya, menyampaikan materi baru, mengecek pemahaman siswa dengan mengerjakan contoh, mengerjakan soal, dan memberikan pekerjaan rumah (PR). Matematika merubah cara pandang konvensional yang memandang pengetahuan sebagai sesuatu yang hirarkis, dan terurut menjadi pengetahuan dipandang sebagai

konstruksi individu yang dikreasi siswa melalui interaksi dengan siswa lain dan benda-benda yang ada di lingkungannya. Dalam tujuannya kelas matematika untuk mendapat pembelajaran konstruktif, siswa bekerjasama dalam kelompok. Mereka akan memanipulasi dengan memodelkan masalah dan menyelesaikan, mereka bekerja pada proyek yang diberikan, dalam bekerja siswa membangun pengetahuan matematikanya. Walaupun gagasan pendidikan konstruktif termasuk dalam mata pembelajaran matematika ini sudah dimulai, berdasarkan pengamatan peneliti di beberapa sekolah di Surabaya, pembelajaran matematika belum seperti yang diharapkan.

Zain dkk dalam Susanti (2015:586) juga mengatakan membangun pengetahuannya sendiri dalam mata pelajaran matematika membantu siswa untuk menerima kenyataan bahwa matematika merupakan bagian dari kehidupannya baik di dalam maupun di luar sekolah. Belajar paling baik terjadi ketika siswa dapat menghubungkan apa yang dia pelajari di kelas dengan lingkungan dan mengkreasi makna dari pengalaman yang berbeda. Berfikir kreatif terjadi saat siswa harus mampu mengakomodasi pemikiran orang lain dan menerima cara berfikir lain. Dengan berbicara dan berdiskusi dengan teman lain konten mata pelajaran lebih cepat dipahami, tidak terlalu abstrak dan terisolasi. Interaksi aktif siswa dengan siswa lain dalam merencanakan presentasi sangat positif, mengindikasikan adanya *team work* dan kerjasama. Siswa merasa nyaman memperoleh klarifikasi dari teman lain saat menemui materi yang membingungkan. Keterampilan belajar siswa dibangun selama proses belajar melalui berbicara, mendengarkan, membaca, menulis dan refleksi semua materi, ide, isu yang dipresentasikan. Hal ini membantu siswa untuk mempelajari materi selanjutnya. Dalam prakteknya juga, *student centered learning* akan meningkatkan saling belajar diantara siswa, menjadikan siswa lebih memahami konsep, dapat mengatasi masalah yang lebih kompleks dan berfikir kritis, lebih mandiri dan percaya diri.

2.1.3 Implementasi Konstruktivisme dalam Pembelajaran Matematika

Dalam implementasi pembelajaran menurut pandangan Vygotsky dalam Nurjannah (2013:7) jika seseorang peserta didik membuat suatu kesalahan dalam mengerjakan sebuah soal, sebaiknya guru tidak langsung memberitahukan di mana

letak kesalahan tersebut. Sebagai contoh dalam pembelajaran, jika seseorang peserta didik menyatakan bahwa untuk sebarang bilangan real x dan y berlaku $(x-y)^2 = x^2 - y^2$. Guru tidak perlu langsung menyatakan bahwa itu salah. Lebih baik guru memberi pernyataan yang sifatnya menuntun, misalnya: “apakah $(3-2)^2 = 3^2 - 2^2$?”

Dengan menjawab pertanyaan, siswa akan bisa menemukan sendiri letak kesalahannya yang ia buat pada pernyataan semula. Dari contoh ini kiranya jelas bahwa guru konstruktivis berperan sebagai moderator dan bisa membantu siswa dengan cara memilih pendekatan pembelajaran yang sesuai, agar proses konstruksi pengetahuan dalam pikiran siswa bisa berlangsung secara optimal. Pertanyaan yang diajukan guru tersebut untuk menuntun siswa supaya pada akhirnya siswa bisa menemukan sendiri letak kesalahan yang ia buat, merupakan contoh *scaffolding* (tuntunan atau dukungan yang dinamis) dari guru pada siswa. Dan kelebihan pembelajaran konstruktif dibanding pembelajaran yang lain adalah bahwa siswa di arahkan lebih aktif dan bereaksi untuk membuat makna dalam proses konstruksi pengetahuan.

Menurut Suparno (2010:51) yang menyatakan bahwa pembelajaran berdasarkan konstruktivisme berusaha untuk melihat dan memperhatikan konsepsi dan persepsi siswa dari pandangan siswa sendiri. Guru dalam pembelajaran berperan sebagai moderator dan fasilitator. Tugas guru saat pembelajaran adalah :

- a. Menyediakan pengalaman belajar yang memungkinkan siswa bertanggung jawab dalam membuat rancangan dan proses penyelidikan
- b. Menyediakan atau memberikan kegiatan-kegiatan yang merangsang keingintahuan siswa, membantu mereka untuk mengekspresikan gagasan-gagasannya dan mengkomunikasikan ide ilmiah mereka. Menyediakan sarana yang merangsang siswa berpikir produktif.
- c. Memonitor, mengevaluasi, dan menunjukkan apakah pemikiran siswa jalan atau tidak. Guru menunjukkan dan mempertanyakan apakah pengetahuan siswa berlaku untuk menghadapi persoalan baru yang berkaitan.

Sedangkan, manifestasi pendekatan konstruktivis dalam pembelajaran matematika menurut Bruning dalam Susanti (2015:599) ada beberapa cara antara lain adalah:

- a. Memilih materi pembelajaran yang memungkinkan siswa dapat memanipulasi atau berinteraksi dengan lingkungannya
- b. Memilih aktivitas yang mendorong siswa melakukan pengamatan, mengumpulkan data, menguji hipotesis, dan berpartisipasi
- c. Pembelajaran menggunakan *cooperative learning* dan diskusi terbimbing
- d. Integrasi kurikulum misal menggunakan proyek tematik yang menggabungkan matematika, sains, membaca dan menulis.

Menurut susanti (2015:587) dalam praktek lain pembelajaran konstruktif, ketika siswa membaca buku teks, misal buku teks matematika, penyelesaian suatu persamaan, bukti, matematika berarti bahwa mereka mengkreasi lebih lanjut pengetahuan awal dan pengalamannya dengan informasi dan konsep yang ada pada buku teks. Hal ini berarti siswa mengkonstruksi pengetahuannya sesuai dengan penulis buku. Siswa dalam kelas matematika mungkin perlu untuk bantuan dalam membaca dan mengkreasi teks matematika karena keterbatasannya dalam pengetahuan tentang konten atau isi mata pelajaran matematika maupun tentang pemahaman dalam memanipulasi simbol matematika. Guru matematika yang merupakan pakar dalam membaca dan mengkreasi teks matematika berkewajiban membantu siswanya dalam literasi. Hendaknya guru matematika menggunakan pengajaran literasi agar peserta didik mampu mengembangkan pengetahuan matematikanya seperti yang dilakukan para matematikawan dalam mengembangkan matematika. Dengan literasi matematikawan menganalisis masalah, menyelesaikan masalah, menganalisis buku teks untuk mengkonstruksi pengetahuannya.

Menurut Vygotsky dalam Schunk (2012:339), setiap individu berkembang dalam konteks sosial. Semua perkembangan intelektual yang mencakup makna, ingatan, pikiran, persepsi, dan kesadaran bergerak dari wilayah interpersonal ke wilayah intrapersonal. Teori kognisi sosial dari Vygotsky ini mendorong perlunya landasan sosial yang baru untuk memahami proses pendidikan. Setiap anak akan melewati dua tingkat (level) dalam proses belajar, yaitu pertama pada level sosial,

dimana anak melakukan kolaborasi dengan orang lain dan kedua pada level individual, yaitu anak melakukan proses internalisasi. Dari uraian di atas, dalam pelaksanaan pembelajaran di kelas, guru hendaknya mengorganisasi situasi kelas dan menerapkan strategi pembelajaran yang memungkinkan siswa saling berinteraksi dengan siswa lain dan guru, serta menstimulus keterlibatan siswa melalui pemecahan masalah yang membutuhkan kehadiran orang lain yaitu guru atau teman sebaya yang lebih memahami masalah dan memberikan bantuan di saat mereka mengalami kesulitan.

Guru kiranya bisa memanfaatkan baik teori Piaget maupun teori Vygotsky dalam upaya untuk melakukan proses pembelajaran yang efektif. Di satu pihak, guru perlu mengupayakan supaya siswa berusaha agar bisa mengembangkan diri masing-masing secara maksimal, yaitu mengembangkan kemampuan berpikir dan bekerja secara independen (sesuai dengan teori Piaget), di lain pihak, guru perlu juga mengupayakan supaya tiap-tiap siswa juga aktif berinteraksi dengan siswa-siswa lain dan orang-orang lain di lingkungan masing-masing (sesuai dengan teori Vygotsky). Jika kedua hal itu dilakukan, perkembangan kognitif tiap-tiap siswa akan bisa terjadi secara optimal.

2.1.4 Teori APOS

Teori epistemologi genetik Piaget yang kemudian dikembangkan secara spesifik oleh Dubinsky dalam dunia pembelajaran matematika disebut teori APOS. Menurut Dubinsky dalam Syaiful (2013:533) pemahaman terhadap suatu konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi terhadap objek-objek matematika. Konstruksi atau rekonstruksi itu dilakukan melalui aktivitas aksi-aksi, proses-proses, dan objek-objek matematika yang diorganisasikan dalam suatu skema untuk memecahkan masalah matematika. Hal ini dapat dianalisis melalui suatu analisis dekomposisi genetik sebagai operasionalisasi dari Teori APOS (Action, Process, Object, and Schema). Teori APOS merupakan teori konstruktivis tentang bagaimana terjadinya/berlangsungnya pencapaian pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika, yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema.

Menurut Mulyono dalam Febriana dan Budiarto (2012:2), pada dasarnya setiap individu adalah unik. Setiap individu memiliki karakteristik yang khas, yang

tidak dimiliki oleh individu lain. Salah satunya adalah perbedaan kemampuan yang dimiliki oleh setiap individu dalam mengatasi masalah. Kemampuan individu dalam mengatasi masalah matematika disebut dengan kemampuan matematis

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak, sering juga disebut objek mental. Asiala *et al.* dalam Zahid (2014:716) juga menggunakan kerangka teori APOS untuk mendeskripsikan konstruksi mental pada konsep koset, normalitas, dan grup kosien/grup faktor. Ia memaparkan bagaimana skema-skema tersebut terbentuk, mulai dari kesulitan seorang subjek ketika harus melakukan perhitungan secara mental tanpa menuliskan secara langsung, subjek yang kesulitan melakukan manipulasi terhadap koset tanpa harus melakukan rekonstruksi konsep koset, sampai pada keberadaan subjek yang menunjukkan skema yang matang dalam materi tersebut.

Teori APOS hadir sebagai upaya untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif untuk menggambarkan perkembangan berfikir logis anak, dan memperluas ide ini untuk konsep-konsep matematika. Arnawa (2009:64) menyatakan teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*). Berikut penjelasan masing-masing tahap teori APOS:

a. Aksi

Dubinsky dalam Mahmudah (2014:30) menyatakan bahwa aksi adalah perubahan yang dirasakan oleh individu karena adanya pengaruh dari luar. Perubahan terjadi karena adanya reaksi terhadap isyarat dari luar yang memberikan rincian tepat tentang langkah-langkah yang harus diambil.

b. Proses

Menurut Dubinsky dalam Mahmudah (2014:30), aksi diulang-ulang kemudian individu merenungkan akan proses pengulangan tersebut, langkah ini berubah menjadi proses. Artinya konstruksi internal yang dibuat dengan melakukan tindakan yang

sama, tetapi belum tentu tindakannya diarahkan oleh rangsangan dari luar.

c. Obyek

Ketika seseorang mampu melakukan konstruksi proses menjadi sebuah obyek kognitif. mencerminkan pada tindakan yang diterapkan pada proses tertentu, dan menjadi sadar akan proses sebagai suatu totalitas, dan dapat bertindak di atasnya, dan dapat pula benar-benar membangun transformasi tersebut, maka kita mengatakan individu telah mampu mencapai tahap obyek Dubinsky dalam (Mahmudah, 2014:32).

d. Skema

Dubinsky dalam Mahmudah (2014:32) mengatakan sebuah skema untuk bagian tertentu adalah kumpulan aksi, proses, dan obyek, yang terhubung secara sadar dalam kerangka yang koheren dalam pikiran individu dan digunakan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan daerah fisik tersebut.

Menurut Dubinsky & Yiparaki dalam Nurdin (2012:4) dalam meneliti dan menganalisis bagaimana siswa mempelajari konsep-konsep matematika sebagaimana yang di jelaskan Dubinsky, maka unsur-unsur konstruksi mental aksi, proses, dan objek merupakan unsur yang sangat esensial untuk diperhatikan oleh peneliti. Deskripsi yang dihasilkan dari analisis konsep dalam konstruk tersebut disebut dekomposisi genetik dari konsep. Berikut ini akan diberikan gambaran secara singkat indikator pencapaian teori APOS dan aplikasi kerangka kerja teori APOS dengan analisis dekomposisi genetik pada konsep barisan;

a. Aksi

Indikator pencapaian peserta didik menurut Mulyono dalam Zuhair (2014:16) menjelaskan indikator pencapaian teori APOS pada tahap aksi sebagai berikut:

1. Subyek hanya menerapkan rumus atau langsung menggunakan rumus yang diberikan

2. Subyek hanya mengikuti contoh yang sudah diberikan sebelumnya
3. Subyek memerlukan langkah-langkah rinci untuk melakukan transformasi
4. Kinerja subyek berupa kegiatan prosedural

Aksi adalah manipulasi fisik atau mental yang dapat diulang dalam mentransformasikan objek dengan suatu cara atau aktivitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit (Dubinsky, 2000; DeVries, 2011 dalam Nurdin (2012:4)). Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural. Misalkan diajukan suatu persoalan, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ...?”. Aksi siswa adalah terhadap soal tersebut dapat dilakukan mencoba menjumlahkan suatu bilangan dengan suatu suku pada barisan tersebut sampai suku ke-5. Misalnya $11 + 4 = 15$ merupakan suku keempat, lalu $15 + 4 = 19$ merupakan suku kelima. Jadi siswa melakukan kegiatan mencari suku tertentu dari suatu barisan secara aktif dengan cara menjumlahkan suatu bilangan tertentu dengan bilangan pada barisan tertentu, sehingga dapat dinyatakan suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ... adalah 15.

- b. Interiorisasi: dari aksi ke proses.

Mulyono dalam Zahid (2014:17) menjelaskan indikator pencapaian teori APOS pada tahap proses sebagai berikut:

1. Untuk melakukan transformasi subyek tidak perlu diarahkan dari rangsangan eksternal
2. Subyek dapat merefleksikan langka-langkah transformasi tanpa melakukan langkah-langkah tersebut secara nyata
3. Subyek dapat menjelaskan langka-langkah transformasi tanpa melakukan langkah-langkah tersebut secara nyata
4. Subyek bisa membalik langkah-langkah transformasi tanpa melakukan langkah-langkah secara nyata
5. Sebuah proses dirasakan oleh subyek sebagai hal yang internal dan di bawah control subyek tersebut

6. Subyek mencapai pemahaman prosedural
7. Subyek belum paham secara konseptual

Interiorisasi merupakan perubahan dari suatu kegiatan prosedural untuk mampu melakukan kembali kegiatan itu dalam mengimajinasikan beberapa pengertian yang berpengaruh terhadap kondisi yang dihasilkan Dubinsky, 2000; DeVries, 2011 dalam Nurdin(2012:5). Dengan kata lain, apabila aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Misalkan, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, 15, 19, ...?”. Dalam menginteriorisasikan pencarian suku kelima tersebut, siswa tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan proses penentuan suku kelima dari barisan tersebut, walaupun ia masih menggunakan cara mencoba menjumlahkan suatu bilangan tertentu dengan bilangan yang ada pada barisan tersebut. Jadi siswa dapat membayangkan dan menjelaskan bahwa suku kelima dari barisan 3, 7, 11, 15, ... diperoleh dengan melihat pola dari barisan, yaitu menambahkan suatu bilangan tertentu pada suatu suku di barisan tersebut .

c. Enkapsulasi: dari proses ke objek.

Indikator pencapaian teori APOS pada tahap obyek menurut Mulyono dalam zuhair (2014:18) sebagai berikut:

1. Subyek dapat melakukan aksi-aksi pada obyek
2. Subyek dapat melakukan *de-encapsulating* suatu obyek kembali menjadi proses dari mana obyek itu berasal atau mengurai sebuah skema yang ditematisasi menjadi berbagai komponen
3. Subyek mencapai suatu pemahaman konseptual
4. Subyek dapat menentukan sifat-sifat suatu konsep

Jika suatu proses dapat ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi objek Dubinsky, 2000; DeVries, 2011 dalam Nurdin(2012:5). Enkapsulasi proses menentukan suatu suku dari barisan diindikasikan ketika siswa mampu menunjukkan bahwa barisan tersebut mempunyai sifat-sifat dan ciri

tertentu, suatu suku mempunyai kaitan dengan suku berikutnya dalam kategori tertentu. Berdasarkan ciri barisan yang diketahui, siswa dapat menentukan apakah barisan tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu.

Misalnya, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ...?”. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan tersebut merupakan barisan aritmetika, karena mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, yang disebut beda (b), yaitu $7-3 = 11-7 = 4$, dan suku pertama (u_1) = 3, maka suku kelima dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmetika, yaitu $u_5 = a + 4b = 3 + 4 \cdot 4 = 19$.

d. Tematisasi: dari objek ke skema.

Mulyono dalam Zuhair (2014:32) juga menjelaskan indikator pencapaian peserta didik ketika sudah mencapai tahap skema menurut teori APOS. Berikut adalah penjelasannya:

1. Subyek dapat menghubungkan aksi, proses, obyek, suatu konsep dengan konsep lainnya
2. Subyek mampu menghubungkan obyek-obyek dan proses-proses dengan bermacam cara
3. Subyek memahami hubungan-hubungan antara aksi, proses, obyek, dan sifat-sifat lain yang telah dipahaminya
4. Subyek memahami berbagai aturan/rumus yang perlu dilibatkan/digunakan

Tematisasi merupakan konstruksi yang mengkaitkan aksi, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema (Dubinsky, 2000; DeVries, 2011 dalam Nurdin (2012:5)). Tematisasi suatu barisan sebagai suatu skema melibatkan hubungan khusus antara suatu barisan dengan konsep fungsi. Seorang siswa dikatakan telah dapat mentematisasikan barisan sebagai suatu skema, jika dapat menunjukkan hubungan suatu barisan dengan mengaitkannya dengan konsep fungsi. Misalkan diajukan pertanyaan, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ...?”. Siswa yang telah mentematisasikan barisan dapat

menjelaskan bahwa suku kelima dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku kelima dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.

Keempat komponen dari teori APOS, yaitu aksi, proses, objek, dan skema telah dibahas pengertiannya secara hirarkis (berurutan). Guru perlu kiranya memahami secara utuh proses hirarkis teori APOS dalam pembelajaran. Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Pengamatan sederhana dilapangan peserta didik sebgaiian besar hanya berada dititik aksi dan obyek, ditandai dengan peserta didik hanya mengikuti contoh yang sudah diberikan sebelumnya, peserta didik hanya menerapkan rumus atau langsung menggunakan rumus yang diberikan, dan peserta didik belum paham secara konseptual.

2.1.5 Materi Lingkaran

a. Standar Kompetensi (SK) dan Kompetensi Dasar (KD) Materi Lingkaran. Materi lingkaran ini diajarkan di kelas VIII SMP dan sederajat, adapun standar kompetensinya adalah:

KI 1 : Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya

KI 2 : Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.

KI 3 : Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata

KI 4 : Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca,

menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori

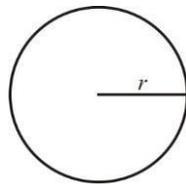
SK	KD
4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya.	4.1 Menentukan unsur dan bagian-bagian lingkaran 4.2 Menghitung keliling dan luas lingkaran 4.3 Menggunakan hubungan sudut pusat, panjang busur, luas juring dalam pemecahan masalah

Tabel 2.1 Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar

Dalam penelitian ini bertujuan untuk mendiskripsikan proses berfikir siswa dalam mengkonstruksi konsep materi lingkaran dengan peserta didik menyelesaikan soal pada SK 4 pada KD 4.2 dengan penekanan penelitian ini pada kompetensi Inti 3 dan kompetensi Inti 4

b. Materi Lingkaran

Lingkaran adalah kurva tertutup sederhana yang merupakan tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu. Jarak yang sama tersebut disebut *jari-jari* lingkaran dan titik tertentu disebut *pusat lingkaran*.



Gambar 2.1 lingkaran

1) Keliling Lingkaran

Pada setiap lingkaran nilai perbandingan $\frac{\text{Keliling (K)}}{\text{Dimeter (D)}}$ menunjukkan bilangan yang sama atau tetap disebut π . Karena $\frac{\text{Keliling (K)}}{\text{Dimeter (D)}} = \pi$, sehingga didapat $k = \pi \cdot d$. Karena panjang diameter adalah $2 \times$ jari-jari atau $d = 2r$, maka $k = 2\pi r$. Jadi, didapat rumus keliling (K) lingkaran dengan diameter (d) atau jari-jari (r) adalah

Keterangan:

k = keliling lingkaran

π = tetapan yang besarnya 3,14 atau $\frac{22}{7}$ (di baca: phi)

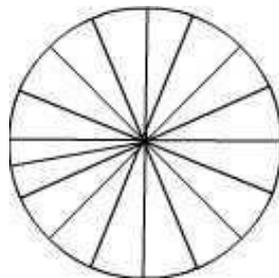
r = jari-jari

d = diameter atau garis tengah ($d = 2r$)

2) Luas Lingkaran

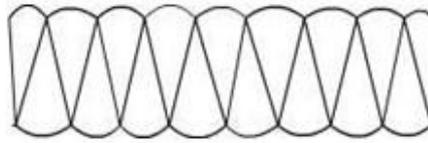
Jika lingkaran dibagi menjadi juring-juring yang tak terhingga banyaknya, kemudian juring-juring tersebut dipotong dan disusun, maka hasilnya akan mendekati bangun persegi panjang. Luas lingkaran dapat dihitung menggunakan rumus umum luas persegi panjang.

Perhatikan uraian berikut. Misalkan, diketahui sebuah lingkaran dengan jari-jari 10 cm yang dibagi menjadi 16 buah juring yang sama bentuk dan ukurannya. Kemudian, salah satu juringnya dibagi dua lagi sama besar.



Gambar 2.2 Juring-juring yang terbentuk dari lingkaran

Potongan-potongan tersebut disusun sedemikian sehingga membentuk persegi panjang. Perhatikan gambar berikut.



Gambar 2.3

Potongan Juring yang disusun Persegi Panjang

Perhatikan bahwa bangun yang mendekati persegi panjang tersebut panjangnya sama dengan keliling lingkaran ($3,14 \times 10 \text{ cm} = 31,4 \text{ cm}$) dan lebarnya sama dengan jari-jari lingkaran. jadi, luas lingkaran dengan panjang jari-jari $10 \text{ cm} =$ luas persegi panjang dengan $p = 31,4 \text{ cm}$ dan $l = 10 \text{ cm}$. Dengan demikian, dapat di katakan bahwa luas lingkaran dengan jari-jari r sama dengan luas persegi panjang dengan panjang πr dan lebar r , sehingga diperoleh $L = \pi r \times r$ atau $L = \pi r^2$.

Jika diameter (d) yang diketahui, maka bisa menggunakan rumus:

$$L = \frac{1}{4} \pi d^2$$

Keterangan:

L = luas lingkaran

π = tetapan yang besarnya 3,14 atau $\frac{22}{7}$ (di baca: phi)

r = jari-jari

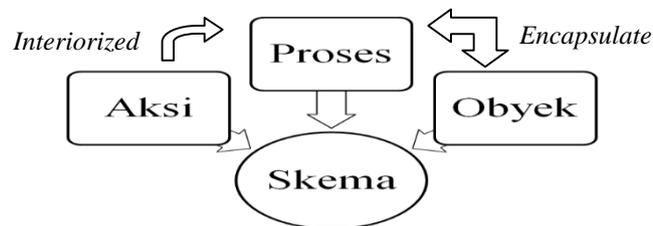
d = diameter atau garis tengah (Nurahini, 2008:138)

2.1.6 Konstruksi Konsep Matematika Berdasarkan Teori APOS

Teori perkembangan kognitif dan teori pengetahuan Piaget cukup banyak mempengaruhi bidang pendidikan, terutama perkembangan pengetahuan peserta didik dan bagaimana peserta didik belajar serta bagaimana pengajar membimbing peserta didik belajar (Mulyono, 2011:39). Teori APOS dan konstruktivisme ini diterapkan dalam pembelajaran matematika, maka pemahaman konsep atau hasil dari proses pembelajaran matematika dapat dijelaskan melalui keempat tahap perkembangan teori APOS (*Action, Process, Object dan Schema*), pada hakekatnya merupakan konstruksi seseorang dalam upaya memahami sebuah ide atau konsep

(Dubinsky, 2000:11). Tingkat pemahaman dari masing-masing individu akan berbeda tergantung dari modal awal pemahaman peserta didik akan materi, seberapa keras peserta didik tersebut berusaha memahami materi membentuk pengetahuannya sendiri, dan seberapa tinggi tingkat kecerdasan dari masing-masing peserta didik dalam merespon materi.

Dubinsky, dkk dalam Purwindari (2007:18) mengadaptasi ide Piaget menjadi teori perkembangan skema seseorang yang berpusat pada berpikir secara matematis, berupa kerangka APOS (Aksi-Proses-Objek-Skema). Keempat komponen dari teori APOS telah dibahas pengertiannya secara hirarkis (berurutan). Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan.



Gambar 2.4 Ilustrasi proses pemahaman Teori APOS Nurdin dalam (Mahmuda, 2014:33)

Menurut Dubinsky dalam Mulyono (2011:40) karakteristik-karakteristik yang harus dimiliki oleh suatu teori pembelajaran adalah sebagai berikut.

- a. Mendukung prediksi.
- b. Memiliki kemampuan untuk menjelaskan.
- c. Dapat diterapkan pada jangkauan fenomena yang luas.
- d. Membantu mengorganisasikan pemikiran tentang fenomena-fenomena belajar.
- e. Sebagai alat untuk menganalisis data.
- f. Menyediakan bahasa untuk mengkomunikasikan tentang pembelajaran.

Karakteristik-karakteristik teori pembelajaran yang telah disebutkan di atas dikembangkan pada Teori APOS. Dengan memenuhi enam karakteristik dari teori pembelajaran yang dikemukakan oleh Dubinsky dalam Mulyono (2011:41) di atas, yaitu:

- a Mendukung prediksi. Kemampuan prediktif dari teori APOS berada pada pernyataan yang tegas, yaitu bila siswa membuat konstruksi mental tertentu, maka ia akan belajar topik matematika tertentu.
- b Memiliki kemampuan untuk menjelaskan. Teori APOS dapat digunakan untuk mendiskripsikan transkrip interview dalam rincian yang sangat baik. Teori APOS dapat juga digunakan untuk mencoba menemukan ide-ide matematika dan kemungkinan yang ada berupa performa siswa. Kemudian mencoba menemukan penjelasan dari perbedaan dalam pengertian mengkonstruksi atau tidak mengkonstruksi aksi tertentu, proses, objek dan/ atau skema. Teori APOS berupaya menjelaskan tentang keberhasilan dan kegagalan siswa.
- c Dapat diterapkan pada jangkauan fenomena yang luas. Teori APOS dapat diterapkan oleh pengembangnya dan juga oleh orang lain, untuk sejumlah topik matematika.
- d Membantu mengorganisasikan pemikiran tentang fenomena-fenomena belajar. Teori APOS dapat digunakan untuk mengembangkan suatu dekomposisi genetik dari suatu konsep matematika sebagai satu cara mengorganisasikan pikiran seseorang tentang bagaimana ia dapat belajar tentang konsep tertentu.
- e Sebagai alat untuk menganalisis data. Suatu metode yang sangat khusus dalam menggunakan teori APOS untuk menganalisis data seperti yang telah disebutkan pada no. 2 di atas.
- f Menyediakan bahasa untuk mengkomunikasikan tentang pembelajaran. Istilah-istilah seperti aksi, proses, objek, skema, interiorisasi dan enkapsulasi sekarang secara umum digunakan dalam pembelajaran matematika.

Dubinsky dalam Mulyono (2011:41) juga mengatakan berdasarkan teori APOS terhadap konsep matematika yang dipelajari perlu diturunkan karakteristik dari definisi konstruksi-konstruksi mental yang dikemukakan diatas, sebagai berikut:

- a Berdasarkan definisi Aksi, penulis menurunkan karakteristik dari Aksi adalah sebagai berikut.
- 1) Hanya menerapkan rumus atau langsung menggunakan rumus yang diberikan.
 - 2) Hanya menerapkan algoritma yang sudah ada.
 - 3) Hanya mengikuti contoh yang sudah ada sebelumnya.
 - 4) Memerlukan langkah-langkah yang rinci untuk melakukan transformasi.
 - 5) Kinerja dalam aksi berupa kegiatan prosedural.
- b Berdasarkan definisi Proses, penulis menurunkan karakteristik dari Proses adalah sebagai berikut.
- 1) Untuk melakukan transformasi tidak perlu diarahkan dari rangsangan eksternal.
 - 2) Bisa merefleksikan langkah-langkah transformasi tanpa melakukan langkahlangkah itu secara nyata.
 - 3) Bisa menjelaskan langkah-langkah transformasi tanpa melakukan langkahlangkah itu secara nyata.
 - 4) Bisa membalik langkah-langkah transformasi tanpa melakukan langkah-langkah itu secara nyata.
 - 5) Sebuah proses dirasakan oleh individu sebagai hal yang internal, dan di bawah kontrol individu tersebut.
 - 6) Proses itu merupakan pemahaman prosedural.
 - 7) Belum paham secara konseptual.
- c Berdasarkan definisi Objek, penulis menurunkan karakteristik dari Objek adalah sebagai berikut.
- 1) Dapat melakukan aksi-aksi pada objek.
 - 2) Dapat men-dekapsulasi suatu objek kembali menjadi proses dari mana objek itu berasal atau mengurai sebuah skema yang ditematisasi menjadi berbagai komponennya.
 - 3) Objek merupakan suatu pemahaman konseptual.
 - 4) Dapat menentukan sifat-sifat suatu konsep.

d Berdasarkan definisi Skema, penulis menurunkan karakteristik dari Skema adalah sebagai berikut.

- 1) Dapat menghubungkan aksi, proses, dan objek suatu konsep dengan konsep lainnya.
- 2) Dapat menghubungkan (menginterkoneksi) objek-objek dan proses-proses dengan bermacam-macam cara.
- 3) Memahami hubungan-hubungan antara aksi, proses, objek, dan sifat-sifat lain yang telah dipahaminya.
- 4) Memahami berbagai aturan/rumus yang perlu dilibatkan/digunakan.

Kriteria peserta didik dalam memahami konsep materi lingkaran berdasarkan teori APOS. Peserta didik pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural, untuk materi lingkaran peserta didik dapat menggambarkan bentuk lingkaran dan menunjukkan diameter atau jari-jarinya. Pada tahap Proses, peserta didik melakukan perubahan dari aktivitas prosedural ke aktivitas imajinasi dan dapat menemukan konsep rumus keliling dan luas suatu lingkaran. Pada tahap Objek, peserta didik telah mampu membuktikan rumus keliling dan luas lingkaran selanjutnya menggunakan konsep tersebut untuk menghitung keliling dan luas lingkaran hingga menguraikan rumus-rumus tersebut untuk mendapatkan nilai. Pada tahap skema, mampu mengaitkan tahap aksi, proses dan objek pada materi lingkaran sehingga mampu mendapatkan suatu skema. Pada tahap ini peserta didik merefleksikan bagaimana cara mendapatkan konsep matematika mulai dari menunjukkan sifat-sifat lingkaran sampai menentukan rumus keliling dan luas lingkaran hingga mendapatkan suatu nilai.

Berdasarkan karakteristik Mulyono (2011:42) perkembangan skema individu dapat dieksplorasi. Bagaimana individu bekerja ketika berada dalam tahap-tahap konstruksi yang dikemukakan dalam teori APOS dapat ditelusuri. Seseorang yang sedang belajar sebuah konsep matematika mungkin bisa berhasil melewati semua tahap, atau gagal. Tetapi yang tak kalah penting untuk diungkap adalah bagaimana individu berpikir ketika berada dalam tahap-tahap tersebut. Mungkin saja individu yang satu dengan yang lainnya berbeda cara berpikirnya dalam tahap-tahap dari APOS tersebut. Untuk bisa mengungkap hal ini perlu dilakukan penggalan data dengan wawancara yang mendalam.

Hubungan antara proses berfikir siswa dalam menkonstruksi konsep matematika dengan teori APOS, yaitu proses berfikir siswa dalam menkonstruksi konsep matematika ialah proses berfikir siswa bagaimana membentuk pengetahuan atau makna baru tentang materi tertentu sedangkan teori APOS merupakan penjabar sampai mana proses yang dicapai peserta didik tersebut pada suatu materi dalam hal ini adalah materi lingkaran. Jadi fungsi teori APOS di sini adalah sebagai alat ukur untuk menjelaskan sejauh mana proses berfikir peserta didik dalam menkonstruksi konsep matematika.

2.2 Kajian Penelitian yang relevan

Dalam beberapa penelitian yang sebelumnya dapat dijadikan sebagai acuan, dan beberapa penelitian selanjutnya dapat mempermudah peneliti dalam menyusun metode penelitian. Penelitian tersebut diantaranya dilakukan yang ditulis oleh Khatimah dkk. (2015:25) dengan judul pengembangan lembar kerja siswa berdasarkan teori APOS (*Action, Process, Object, Scheme*) untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran matematika. Penelitian itu bertujuan untuk menghasilkan LKS berdasarkan teori APOS untuk mata pelajaran matematika kelas X SMA yang sesuai dengan kurikulum 2013 dan mengetahui efektivitas dari LKS berdasarkan teori APOS ditinjau dari aktivitas dan hasil belajar siswa tentang matriks.

Hasil penelitian menunjukkan, *berdasarkan penilaian dari validator ahli media, ahli materi dan guru mata pelajaran LKS yang dikembangkan sudah layak dan dapat diterapkan untuk siswa kelas X SMA dan efektivitas penggunaan LKS berdasarkan teori APOS dilihat dari hasil lembar aktivitas siswa dapat disimpulkan aktivitas siswa lebih meningkat dalam proses pembelajaran dan hasil test belajar, siswa mampu memenuhi kriteria ketuntasan minimal yang ditetapkan yaitu 75. Dengan rata-rata nilai hasil belajar yaitu 87,14.*

Nurlaelah dan Usdiyana (2005:1) dari jurusan pendidikan matematika FMIPA Universitas Pendidikan Indonesia melakukan penelitian berjudul inovasi pembelajaran struktur aljabar I dengan menggunakan program ISETL berdasarkan teori APOS. Model pembelajaran dalam penelitian tersebut bertujuan untuk membentuk konstruksi mental mahasiswa berdasarkan teori APOS (*Action, process, object, dan scheme*). Pembelajarannya dilaksanakan berdasarkan siklus ACE (*Activities, Class, discussion, Exercises*).

Hasil penelitian tersebut *ditemukan dengan model pembelajaran ini menjadikan mahasiswa aktif baik secara mental maupun fisik dalam mengikuti perkuliahan dan sekitar 50 % mahasiswa pengikut mata kuliah Struktur Aljabar I telah mencapai konstruksi mental action, process, object, dan schema.*

Penelitian yang dilakukan Arnawa (2009:68) dari jurusan matematika FMIPA Universitas Andalas Padang dengan judul mengembangkan kemampuan mahasiswa dalam memvalidasi bukti pada aljabar abstrak melalui pembelajaran berdasarkan teori APOS. Tujuan penelitian tersebut ialah untuk melihat kontribusi pembelajaran berdasarkan teori APOS dalam mengembangkan kemampuan mahasiswa dalam memvalidasi bukti pada aljabar abstrak. Subjek sampel dalam eksperimen ini meliputi 180 mahasiswa yang berasal dari jurusan Matematika UNAND dan jurusan Pendidikan Matematika UNP.

Berdasarkan hasil analisis data, *mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Aljabar Abstrak berdasarkan teori APOS mempunyai kemampuan memvalidasi bukti lebih baik secara signifikan jika dibandingkan dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran secara konvensional.*

Lestari (2014:1) dengan judul penerapan model pembelajaran M-APOS dalam meningkatkan pemahaman konsep dan motivasi belajar kalkulus. Kesimpulan dari penelitian tersebut salah satunya “ada perbedaan dalam kemampuan pemahaman konsep melalui model pembelajaran M-APOS dengan model pembelajaran konvensional”. Sebelumnya, Febriana dan Budiarto (2012:1) melakukan penelitian dengan judul profil kemampuan siswa sma dalam menyelesaikan soal fungsi kuadrat berdasarkan teori APOS ditinjau dari perbedaan kemampuan matematika.

Penelitian tersebut, menunjukkan bahwa *subjek berkemampuan tinggi mampu melakukan aksi dan proses untuk membangun sebuah objek sehingga terbentuk skema trans, subjek berkemampuan sedang mampu melakukan aksi dan proses untuk membangun objek tetapi masih mengalami kesulitan untuk menginterkoneksi ketiga hal tersebut sehingga skema yang dimiliki subjek merupakan skema inter, subjek berkemampuan rendah hanya mampu melakukan aksi tetapi belum mampu melakukan proses dengan sempurna sehingga mengalami kesulitan untuk membangun objek, jadi skema subjek ini merupakan skema intra.*

Penelitian-penelitian tersebut, memiliki kesamaan dengan penelitian yang akan dilakukan peneliti yakni menggunakan teori APOS. Dari beberapa penelitian tersebut dapat dijadikan referensi sebagai rujukan yaitu metode, analisis data dan instrument yang akan digunakan. Perbedaan dalam penelitian ini ialah, peneliti dalam mendeskripsikan proses berfikir siswa dalam konstruksi konsep matematika berdasarkan teori APOS materi lingkaran kelas VIII dan belum pernah dilakukan sebelumnya

2.3 Kerangka Berpikir

Konsep matematika bagi peserta didik terhadap suatu materi merupakan tujuan utama dari suatu pembelajaran. Konsep-konsep matematika itu bersifat berurutan (hirarkis), artinya untuk bisa mengerti sebuah konsep harus mengerti konsep sebelumnya. Bagaimana proses berpikir mereka ketika membangun sebuah konsep matematika. Proses berpikir merupakan proses yang dimulai dari penerimaan informasi, pengolahan, penyimpanan, dan pemanggilan informasi itu dari dalam ingatan serta pengubahan-pengubahan struktur yang meliputi konsep-konsep atau pengetahuan-pengetahuan. (Mulyono, 2010:1). Hal ini perlu ada kajian secara mendalam. Dari konsep suatu materi, peserta didik akan lebih mudah untuk mempelajari materi selanjutnya. Contohnya, materi lingkaran. Bangun datar ini merupakan bangun yang dapat di temui dalam kehidupan sehari-hari. Benda-benda berbentuk lingkaran juga mudah ditemukan. Seperti biang lala, roda, mata uang (koin), dan lain sebagainya. Permasalahan lingkaran juga sering di alami dalam kehidupan sehari-hari. Contohnya, untuk mengetahui keliling suatu lintasan balap perlombaan yang berbentuk lingkaran tidak perlu mengukur seluruh area lingkaran tersebut. Cukup menghitung jari-jari lingkaran tersebut, maka dapat diketahui kelilingnya. Jika seorang peserta didik mampu memahami konsep lingkaran dengan baik, maka peserta didik tidak akan merasa bingung dengan penggunaan lingkaran di sekitarnya. Pada dasarnya setiap individu itu unik, berbeda antara individu satu dengan lainnya. Untuk mencapai suatu tahap konstruksi tentang materi lingkaran, bisa saja antar individu berbeda proses berpikirnya. (Mulyono, 2010:2) Materi lingkaran ini diajarkan di kelas VIII SMP atau sederajat (sekitar usia 12-15). Sesuai teori belajar Piaget dalam Fitriyah (2014:22), anak usia 12 tahun ke atas sudah memasuki tingkat operasi formal. Artinya anak harus sudah bisa membayangkan dan menggunakan kemampuannya untuk memecahkan masalah. Selama tingkat ini anak sudah mampu berpikir abstrak, serta dapat memberikan alternatif pemecahan masalah. Berdasarkan perspektif Piaget, kemampuan matematika peserta didik cenderung membaik saat pemikiran operasional formal mulai berkembang. Peserta didik juga seharusnya mampu memahami konsep-konsep seperti menggunakan nilai phi (π) untuk menentukan keliling dan luas lingkaran. Selain itu, materi ini

juga merupakan materi prasyarat. Artinya, materi ini harus sudah di pahami agar peserta didik dapat beralih ke materi selanjutnya.

Menurut Mulyono (2010: 1) Pada dasarnya matematika tersusun secara hirarkis, di mana materi yang satu dengan lainnya memiliki keterkaitan. Konsep lanjutannya akan sulit untuk dipahami sebelum memahami konsep yang menjadi prasyarat. Ini berarti belajar matematika harus bertingkat dan berurutan secara sistematis serta harus didasarkan kepada pengalaman belajar yang lalu. Untuk mengetahui paham tidaknya peserta didik terhadap suatu materi dan untuk menguji keberhasilan suatu pembelajaran perlu adanya penilaian. Masalah yang di hadapi adalah sampai di tingkat mana prestasi (hasil) belajar yang telah di capai. Selama ini, dalam penilaian terutama pada ranah kognitif, sering kali di titik beratkan pada taksonomi bloom. Padahal seorang peserta didik di nyatakan telah mencapai proses kognitif yang diinginkan apabila menjawab dengan benar masalah matematika yang sesuai dengan proses kognitif tersebut dalam Fitriyah (2014:23).Tanpa ada tindak lanjut dari penilaian-penilaian tersebut. Padahal tindak lanjut merupakan hal yang sangat penting mengingat sebagai bahan evaluasi dari suatu pembelajaran yang telah dilaksanakan. Dengan adanya suatu tindakan yang tepat maka ketidakpahaman peserta didik terhadap suatu materi dapat di minimalisir. Karena itu, suatu teori yang mampu mengukur proses berfikir siswa dalam mencapai sebuah konstruksi konsep matematika materi tertentu. Sebuah teori konstruksi tentang konsep matematika yang dikenal dengan teori APOS, menyatakan ada 4 tahap dalam mengkonstruksi konsep matematika, yaitu (1) aksi, (2) proses, (3) objek, dan (4) skema. Seorang individu bisa melakukan 4 tahap tersebut, tapi individu lain mungkin saja tidak bisa melewati semua tahapan itu (Mulyono, 2010:3). Jika seorang guru sudah mengetahui tingkatan proses berfikir peserta didik dalam memahami konsep matematika, maka guru mampu memberikan umpan balik serta dapat melakukan tindakan yang tepat untuk pemahaman peserta didik. Peserta didik dalam mengkonstruksi konsep bisa berhasil, bisa juga gagal. Ini disebabkan antara individu satu dengan yang lainnya, sangatlah mungkin mempunyai komposisi waktu belajar yang berbeda untuk mencapai pemahaman tertentu.